

## 給電ループ方式 Small Loop Antenna の入力インピーダンス Input Impedance of Small Loop Antenna with Coupling Loop

最近、アンテナの複素インピーダンス ( $R+iX$ ) を簡単に測定できる低価格のアンテナアナライザが普及している。 $R+iX$  の周波数特性から、アンテナのインピーダンス整合をとるための見通しを得ることができる。ここでは給電ループ方式の Small Loop Antenna (SLA) を対象にインピーダンス解析を試みる。

### 1. 給電ループ方式 SLA

メインループ径の  $1/3 \sim 1/5$  程度の小さなワンターンコイル (給電ループ) を使ってメインループに給電する方式 (Fig. 1) がアマチュア無線用 SLA ではよく使われている。給電ループの大きさ、メインループとの間隔、ループ面の角度などを調整することで給電ループのインダクタンスやメインループとの結合係数を自在に変えることができ、特にマルチバンド SLA の給電方式として自由度が高く便利な手法である。

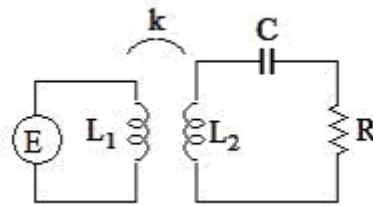
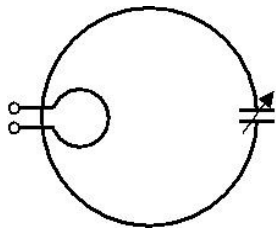


Fig.1. SLA with a coupling loop      Fig.2. Circuit model for SLA with a coupling loop

給電ループ方式の SLA は Fig.2 の回路であらわされる。磁気結合した給電ループとメインループはトランスとして表現される。ここで、 $L_1$  は給電ループのインダクタンス、 $L_2$  はメインループのインダクタンス、 $k$  はメインループと給電ループの結合係数、 $C$  は同調容量、 $R$  は全抵抗 (損失抵抗と放射抵抗の和) である。

### 2. 給電インピーダンスの計算

Fig.2 の回路はよく知られた相互誘導の等価回路 (Fig.3) に置き換えることができる。

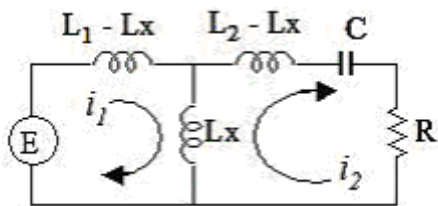


Fig.3. The equivalent circuit to the SLA model

ここで、 $Lx$  は相互インダクタンスである。Fig.3 において、電圧  $E$  を加えたときに左側

のループに流れる電流を  $I_1$ 、右側のループに流れる電流を  $I_2$  とすると、(角周波数を  $\omega$  として)

$$\begin{aligned} E &= i\omega(L_1 - L_X)I_1 + i\omega L_X(I_1 - I_2) \\ &= i\omega L_1 I_1 - i\omega L_X I_2 \end{aligned} \quad \text{---(1)}$$

$$\begin{aligned} 0 &= i\omega L_X(I_2 - I_1) + i\omega(L_2 - L_X)I_2 + R I_2 - i\frac{1}{\omega C}I_2 \\ &= R I_2 + i\omega L_2 I_2 - i\omega L_X I_1 - i\frac{1}{\omega C}I_2 \end{aligned} \quad \text{---(2)}$$

となる。さらに(2)式を変形すると

$$\begin{aligned} \left( R + i\left( \omega L_2 - \frac{1}{\omega C} \right) \right) I_2 &= i\omega L_X I_1 \\ I_2 &= \frac{i\omega L_X}{R + i\left( \omega L_2 - \frac{1}{\omega C} \right)} I_1 = \frac{i\omega^2 L_X C}{\omega C R + i(\omega^2 L_2 C - 1)} I_1 \end{aligned} \quad \text{---(2')}$$

となる。これを(1)式に代入して

$$\begin{aligned} E &= i\omega L_1 I_1 - i\omega L_X \frac{i\omega^2 L_X C}{\omega C R + i(\omega^2 L_2 C - 1)} I_1 \\ &= i\omega L_1 I_1 + \frac{\omega^3 L_X^2 C}{\omega C R + i(\omega^2 L_2 C - 1)} I_1 \end{aligned} \quad \text{---(3)}$$

が得られる。

給電インピーダンスは  $Z \equiv \frac{E}{I_1}$  であるので、

$$\begin{aligned} Z \equiv \frac{E}{I_1} &= i\omega L_1 + \frac{\omega^3 L_X^2 C}{\omega C R + i(\omega^2 L_2 C - 1)} \\ &= i\omega L_1 + \frac{\omega^3 L_X^2 C(\omega C R - i(\omega^2 L_2 C - 1))}{(\omega C R)^2 + (\omega^2 L_2 C - 1)^2} \\ &= i\omega L_1 + \frac{\omega^4 L_X^2 C^2 R - i(\omega^2 L_2 C - 1)\omega^3 L_X^2 C}{(\omega C R)^2 + (\omega^2 L_2 C - 1)^2} \\ &= \frac{\omega^4 L_X^2 C^2 R}{(\omega C R)^2 + (\omega^2 L_2 C - 1)^2} + i\omega L_1 - i \frac{(\omega^2 L_2 C - 1)\omega^3 L_X^2 C}{(\omega C R)^2 + (\omega^2 L_2 C - 1)^2} \\ &= \frac{\omega^4 L_X^2 C^2 R}{(\omega C R)^2 + (\omega^2 L_2 C - 1)^2} + i \left\{ \omega L_1 + \frac{(1 - \omega^2 L_2 C)\omega^3 L_X^2 C}{(\omega C R)^2 + (\omega^2 L_2 C - 1)^2} \right\} \\ &= \frac{(\omega L_X)^2 (\omega C)^2 R}{(\omega C R)^2 + (\omega^2 L_2 C - 1)^2} + i \left\{ \omega L_1 + \frac{(1 - \omega^2 L_2 C)(\omega L_X)^2 \omega C}{(\omega C R)^2 + (\omega^2 L_2 C - 1)^2} \right\} \end{aligned} \quad \text{---(4)}$$

となる。給電インピーダンスの実部と虚部を分けて書けば

$$\operatorname{Re}(Z) = \frac{(\omega L_x)^2 (\omega C)^2 R}{(\omega C R)^2 + (\omega^2 L_2 C - 1)^2} \quad \text{---(5-1)}$$

$$\operatorname{Im}(Z) = \omega L_1 + \frac{(1 - \omega^2 L_2 C) (\omega L_x)^2 \omega C}{(\omega C R)^2 + (\omega^2 L_2 C - 1)^2} \quad \text{---(5-2)}$$

となる。

$\operatorname{Re}(Z)$ の形をみてみると、 $L_2$  と  $C$  がつくる共振周波数  $\omega_0$  ( $\omega_0^2 L_2 C - 1 = 0$ ) を中心に  $\omega$  をわずかに変化させたとき分母の第2項  $(\omega^2 L_2 C - 1)^2$  のみが大きく変化する。分子と分母の第1項は単調な関数なので変化は小さい。 $\omega = \omega_0$  で分母は最小 ( $= (\omega_0 C R)^2$ ) となるから  $\operatorname{Re}(Z)$  は  $\omega = \omega_0$  にピークをもつことになる。ピークの最大値は  $\frac{(\omega_0 L_x)^2}{R}$  である。

つぎに、この共振ピークの半値幅を求めてみよう。 $\operatorname{Re}(Z)$  が最大値の半分となる角周波数をそれぞれ  $\omega_1$ 、 $\omega_2$  とする。(5-1)式の分母がその最小値の2倍となるとき  $\operatorname{Re}(Z)$  は近似的に最大値の半分になるので、 $\omega_1$ 、 $\omega_2$  は  $(\omega^2 L_2 C - 1)^2 = (\omega C R)^2$  なる条件を満たすことになる。この式は  $\omega^2 L_2 C - 1 = \pm \omega C R$  と書き換えられ、 $\omega_1 < \omega_2$  とすれば

$$\omega_1^2 L_2 C - 1 = -\omega_1 C R \quad \text{---(6-1)}$$

$$\omega_2^2 L_2 C - 1 = +\omega_2 C R \quad \text{---(6-2)}$$

である。(6-1)式と(6-2)式の差をとると

$$\begin{aligned} (\omega_2^2 - \omega_1^2) L_2 C &= (\omega_2 + \omega_1) C R \\ (\omega_2 - \omega_1) L_2 C &= C R \\ \therefore \omega_2 - \omega_1 &= \frac{R}{L_2} \end{aligned} \quad \text{---(7)}$$

つまり  $\operatorname{Re}(Z)$  のピークの半値幅 (FWHM) が  $\frac{R}{L_2}$  に相当することがわかる。

$\omega_0^2 L_2 C - 1 = 0$  の関係があるから  $\frac{R}{L_2} = \omega_0^2 C R$  とも書ける。

他方  $\operatorname{Im}(Z)$  をみてみると、(5-2)式の第2項は  $(\omega^2 L_2 C - 1)^2 = (\omega C R)^2$  なる条件を満たす  $\omega_1$ 、 $\omega_2$  ( $\omega_1 < \omega_2$ ) においてそれぞれ最大値、最小値をとる。

$$\frac{(\omega_1 CR)(\omega_1 L_X)^2 \omega_1 C}{(\omega_1 CR)^2 + (\omega_1 CR)^2} = \frac{1}{2} \frac{(\omega_1 L_X)^2}{R}$$

$$\frac{(-\omega_2 CR)(\omega_2 L_X)^2 \omega_2 C}{(\omega_2 CR)^2 + (\omega_2 CR)^2} = -\frac{1}{2} \frac{(\omega_2 L_X)^2}{R}$$

$\omega_1 \approx \omega_2 \approx \omega_0$  であるから

$$\frac{1}{2} \frac{(\omega_1 L_X)^2}{R} \approx \frac{1}{2} \frac{(\omega_2 L_X)^2}{R} \approx \frac{1}{2} \frac{(\omega_0 L_X)^2}{R}$$

つまり、 $\text{Im}(Z)$ は給電ループのインダクタンスに相当するリアクタンス ( $\omega L_1$ ) をベースラインとして共振周波数を中心に  $\omega L_1 + \frac{1}{2} \frac{(\omega_0 L_X)^2}{R}$  から  $\omega L_1 - \frac{1}{2} \frac{(\omega_0 L_X)^2}{R}$  まで大きく変化する。 $\text{Im}(Z)=0$  を与える角周波数  $\omega_{R1}$ 、 $\omega_{R2}$  における  $\text{Re}(Z)$  の値がそれぞれ  $Z_1$ 、 $Z_2$  であるとき、 $Z_1$  もしくは  $Z_2$  を  $50\Omega$  にできれば整合がとれたことになる。これらを図示すると Fig.4 のようになる。

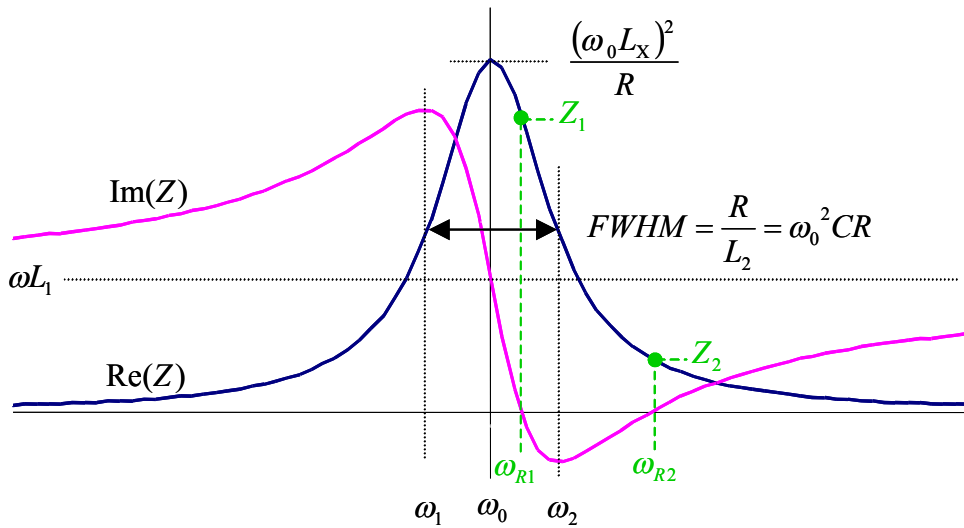


Fig.4. Impedance curves  $\text{Re}(Z)$  and  $\text{Im}(Z)$  around the resonance frequency  $\omega_0$

ところでメインループからなる共振回路の  $Q$  値は下式で定義される。

$$Q \equiv \frac{\omega_0 L_2}{R} = \frac{1}{\omega_0 CR} \quad , \quad Q = \frac{\omega_0}{\Delta\omega_{-3dB}} \quad \text{---(8)}$$

これを(7)式に適用すれば

$$\frac{R}{L_2} = \omega_0 \frac{1}{Q} = \omega_0 \frac{\Delta\omega_{-3dB}}{\omega_0} = \Delta\omega_{-3dB}$$

$$\omega_2 - \omega_1 = \Delta\omega_{-3dB} \quad \text{---(9)}$$

となって、 $\text{Re}(\mathbf{Z})$ にあらわれる共振ピークの半値幅はこの共振回路のバンド幅に相当することがわかる。SLAの輻射効率 $Q$ の大小に強く依存するので実際の $Q$ 値を把握することは重要である。これまでの計算で示したように、給電インピーダンス( $\text{Re}(\mathbf{Z})$ )の共振ピークを測定すればアンテナの $Q$ 値を求めることができるので設計通りの特性が得られているかどうかをチェックできる。

Fig.2もしくはFig.3に戻って全抵抗( $R$ )の中身を明確にしておこう。 $R$ は全ての損失抵抗( $R_L$ )と放射抵抗( $R_R$ )の和である。上記の計算で $R = R_0 = (R_L + R_R)$ とおけば無負荷時の特性( $Q_0 = \omega L_2 / (R_L + R_R)$ )が得られる。しかし実際はアンテナに入出力インピーダンスが $R_{EXT}$ (通常、 $50\Omega$ )のRF機器をつないで使用するので全抵抗に $R_{EXT}$ を加える必要がある。整合がとれた状態では $R_0 = R_{EXT}$ なので結局、 $R = R_0 + R_{EXT} = 2 * R_0 = 2 * (R_L + R_R)$ と置き換えれば、負荷インピーダンスをとり込んだ特性( $Q_L = \omega L_2 / 2(R_L + R_R)$ )が得られる。

### 3. まとめ

アンテナ特性の把握には複素インピーダンス測定が有用である。特にSLAの場合、

- ・  $\text{Re}(\mathbf{Z})$ の共振ピークの半値幅からアンテナの $Q$ 値を読み取れる、
- ・  $\text{Re}(\mathbf{Z})$ の共振ピークの最大値もしくは $\text{Im}(\mathbf{Z})$ の共振点近傍での振れ幅からメインループと給電ループの相互インダクタンス $L_X$ を評価できる、

など、アンテナの設計・保守に役立つデータを簡便に取得できる。